

Серия 4. Паросочетания.

1. В двудольном графе по n вершин в каждой доле и степень каждой вершины не менее $\frac{n}{2}$. Докажите, что в этом графе есть совершенное паросочетание.
 2. В графе G есть гамильтонов цикл. Докажите, что для любого множества $S \subset V(G)$ в графе $G - S$ не более чем $|S|$ компонент связности.
 3. Каждая из 100 девочек послала одному или нескольким из 100 мальчиков свою фотографию. Всего было послано больше 100 фотографий. Докажите, что какой-то из мальчиков может выкинуть все полученные им фотографии так, что при этом фотография каждой девочки останется у кого-либо из остальных мальчиков.
 4. Из бумаги вырезан квадрат. Сверху на нем красным цветом нарисовано разбиение на 2016 равновеликих треугольников, а снизу зеленым цветом нарисовано разбиение на 2016 равновеликих треугольников. Докажите, что можно проткнуть квадрат 2016 булавок так, чтобы каждая булавка протыкала во внутренней точке один зеленый и один красный треугольник.
 5. В группе людей некоторые знакомы. Если выбрать нескольких из них так, что каждый из оставшихся знаком хотя бы с одним из выбранных, то окажется, что выбрано не менее 10 человек. Докажите, что из этой группы можно выбрать 10 попарно незнакомых людей.
 6. Имеется несколько юношей, каждый из которых знаком с некоторыми девушками. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: "Я могу одновременно женить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!". Вторая сваха говорит: "А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!". Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: "В таком случае можно сделать и то, и другое одновременно!". Прав ли он?
 7. Докажите теорему Холла, увеличивая максимальное паросочетание с помощью метода дополняющих путей.
-

Серия 4. Паросочетания.

1. В двудольном графе по n вершин в каждой доле и степень каждой вершины не менее $\frac{n}{2}$. Докажите, что в этом графе есть совершенное паросочетание.
 2. В графе G есть гамильтонов цикл. Докажите, что для любого множества $S \subset V(G)$ в графе $G - S$ не более чем $|S|$ компонент связности.
 3. Каждая из 100 девочек послала одному или нескольким из 100 мальчиков свою фотографию. Всего было послано больше 100 фотографий. Докажите, что какой-то из мальчиков может выкинуть все полученные им фотографии так, что при этом фотография каждой девочки останется у кого-либо из остальных мальчиков.
 4. Из бумаги вырезан квадрат. Сверху на нем красным цветом нарисовано разбиение на 2016 равновеликих треугольников, а снизу зеленым цветом нарисовано разбиение на 2016 равновеликих треугольников. Докажите, что можно проткнуть квадрат 2016 булавок так, чтобы каждая булавка протыкала во внутренней точке один зеленый и один красный треугольник.
 5. В группе людей некоторые знакомы. Если выбрать нескольких из них так, что каждый из оставшихся знаком хотя бы с одним из выбранных, то окажется, что выбрано не менее 10 человек. Докажите, что из этой группы можно выбрать 10 попарно незнакомых людей.
 6. Имеется несколько юношей, каждый из которых знаком с некоторыми девушками. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: "Я могу одновременно женить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!". Вторая сваха говорит: "А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!". Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: "В таком случае можно сделать и то, и другое одновременно!". Прав ли он?
 7. Докажите теорему Холла, увеличивая максимальное паросочетание с помощью метода дополняющих путей.
-