Серия 10. Раскраски и планарность

1. В компании из 50 человек каждый имеет хотя-бы 25 знакомых. Докажите, что четверых из них можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый из них сидел между двумя своими знакомыми.

2. Степень любой вершины графа не превосходит d. Докажите, что его вершины можно покрасить в d^2+1 цвет так, чтобы расстояние между любыми двумя вершинами одного цвета было более двух ребер.

3. В связном графе G 201 вершина, $\Delta(G) \leq 10$. Докажите, что можно выбрать множество U из 41 вершины так, чтобы граф $G(U)$ не имел нечетных циклов.

4. Пусть G — связный плоский граф.

а) Грани G правильным образом раскрасшиваются в два цвета. Докажите, что G — эйлеров.

б) Граф G — эйлеров. Докажите, что грани G правильным образом раскрасшиваются в два цвета.

5. Докажите, что для любого графа G существует такой двуольный подграф G', что:

а) $e(G') \geq \frac{e(G)}{2}$;

б) $d_{G'}(x) \geq \frac{d_G(x)}{2}$ для любой вершины $x \in V(G)$.

6. Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$ существует двусвязный планарный граф G с $v(G) > n$, который имеет два неизоморфных плоских изображения.

Серия 10. Раскраски и планарность

1. В компании из 50 человек каждый имеет хотя-бы 25 знакомых. Докажите, что четверых из них можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый из них сидел между двумя своими знакомыми.

2. Степень любой вершины графа не превосходит d. Докажите, что его вершины можно покрасить в d^2+1 цвет так, чтобы расстояние между любыми двумя вершинами одного цвета было более двух ребер.

3. В связном графе G 201 вершина, $\Delta(G) \leq 10$. Докажите, что можно выбрать множество U из 41 вершины так, чтобы граф $G(U)$ не имел нечетных циклов.

4. Пусть G — связный плоский граф.

а) Грани G правильным образом раскрасшиваются в два цвета. Докажите, что G — эйлеров.

б) Граф G — эйлеров. Докажите, что грани G правильным образом раскрасшиваются в два цвета.

5. Докажите, что для любого графа G существует такой двуольный подграф G', что:

а) $e(G') \geq \frac{e(G)}{2}$;

б) $d_{G'}(x) \geq \frac{d_G(x)}{2}$ для любой вершины $x \in V(G)$.

6. Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$ существует двусвязный планарный граф G с $v(G) > n$, который имеет два неизоморфных плоских изображения.

Серия 10. Раскраски и планарность

1. В компании из 50 человек каждый имеет хотя-бы 25 знакомых. Докажите, что четверых из них можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый из них сидел между двумя своими знакомыми.

2. Степень любой вершины графа не превосходит d. Докажите, что его вершины можно покрасить в d^2+1 цвет так, чтобы расстояние между любыми двумя вершинами одного цвета было более двух ребер.

3. В связном графе G 201 вершина, $\Delta(G) \leq 10$. Докажите, что можно выбрать множество U из 41 вершины так, чтобы граф $G(U)$ не имел нечетных циклов.

4. Пусть G — связный плоский граф.

а) Грани G правильным образом раскрасшиваются в два цвета. Докажите, что G — эйлеров.

б) Граф G — эйлеров. Докажите, что грани G правильным образом раскрасшиваются в два цвета.

5.Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$ существует двусвязный планарный граф G с $v(G) > n$, который имеет два неизоморфных плоских изображения.